

Roll No

CS/IT-302 (CBGS)**B.Tech., III Semester**

Examination, November 2019

Choice Based Grading System (CBGS)**Discrete Structures**

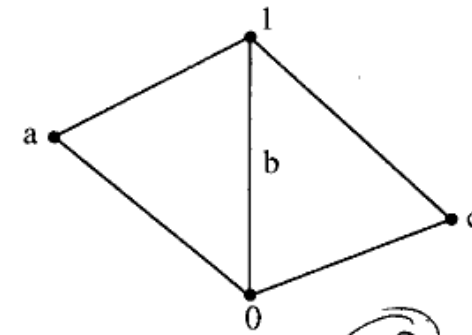
Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

- Note:** i) Attempt any five questions.
किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।
- ii) All questions carry equal marks.
सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।
- iii) Draw neat sketch, if required.
यदि आवश्यक हो वहाँ स्वच्छ चित्र बनाइए।
- iv) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.
किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Find the number of integers between 1 and 500 that are not divisible by any of the integers 2, 3 and 5. 7
1 से 500 के मध्य 2, 3 एवं 5 पूर्णाकों से विभाजित होने वाले पूर्णाकों की संख्या ज्ञात करें।
- b) Define cyclic group with suitable example. 7
साइक्लिक ग्रुप का उपर्युक्त उदाहरण देते हुये उसे परिभाषित कीजिये।

2. a) Obtain the principal conjunctive normal form and principal disjunctive normal form of $(7P \rightarrow R) \wedge (Q \leftrightarrow P)$ by using equivalences. 7
 $(7P \rightarrow R) \wedge (Q \leftrightarrow P)$ में एक्विवलेंस का प्रयोग करके प्रिंसिपल कंजंक्टिव नार्मल फार्म एवं प्रिंसिपल डिसजंक्टिव नार्मल फार्म प्राप्त करें।
- b) Use generating function to solve the recurrence relation $S(n+1) - 2s(n) = 4^n$ with $S(0) = 1, n \geq 0$. 7
दिये गये रिकरेंस रिलेशन को जनरेटिंग फंक्शन का प्रयोग करके ज्ञात करें $S(n+1) - 2s(n) = 4^n$ जब $S(0) = 1, n \geq 0$.
3. a) Prove that number of vertices of odd degree in a graph is always even. 7
सिद्ध करें कि विषम डिग्री में कोनों की संख्या सदैव सम संख्या होती है।
- b) Examine whether the lattice given in the following Hasse diagram is distributive or not. 7
ज्ञात करें कि दिये गये लैटिस डिस्ट्रीब्यूटिव हैं या नहीं (दिये गये Hasse डाइग्राम के आधार पर)



4. a) Prove that in Boolean algebra $(a \vee b)' = a' \wedge b'$. 7

बूलियन एलजेब्रा की सहायता से सिद्ध करें $(a \vee b)' = a' \wedge b'$.

b) Prove that the group homomorphism preserves the identity element. 7

सिद्ध करें कि समूह होमोमॉर्फिज्म, आइडेंटिटी इलीमेंट्स को बरकरार रखता है।

5. a) Prove that $G = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right\}$ forms an Abelian group under matrix multiplication. 7

सिद्ध करें $G = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right\}$ मैट्रिक्स गुणन के अंतर्गत एक अबेलियन ग्रुप बनाता है।

b) Show that every chain is a distributive lattice. 7

सिद्ध करें की प्रत्येक श्रृंखला एक डिस्ट्रीब्यूटिव लैटिस होती है।

6. a) Show that a regular binary tree has an odd number of vertices. 7

सिद्ध करें कि रेगुलर बाइनरी ट्री में कोनो की संख्या एक विषम संख्या होती है।

b) Prove that a connected graph G is Euler graph if and only if every vertex of G is of even degree. 7

यदि ग्राफ G की प्रत्येक वर्टिक्स सम डिग्री की ही होती है तो सिद्ध करें कि एक कनेक्टेड ग्राफ, इयूलर ग्राफ होता है।

7. a) State and prove Lagrange's theorem on groups. 7
Lagrange's सिद्धान्त को परिभाषित एवं सिद्ध करें।

b) Show that $R \rightarrow S$ is logically derived from the premises $P \rightarrow (Q \rightarrow S), \neg R \vee P$ and Q . 7

सिद्ध करें कि $R \rightarrow S$ को $P \rightarrow (Q \rightarrow S), \neg R \vee P$ एवं Q से तर्कपूर्वक प्राप्त किया गया है।

8. Do as directed: 14

i) What is well ordering principle?

ii) Define semi groups and monoids.

iii) Define a lattice. Give suitable example.

iv) Find the truth table for $P \rightarrow q$.

दिये गये निर्देशानुसार करें -

i) वेल ऑर्डरिंग सिद्धान्त क्या होता है?

ii) सेमीग्रुप एवं मोनॉइड को परिभाषित करें।

iii) लैटिस को उपयुक्त उदाहरण देकर परिभाषित करें।

iv) $P \rightarrow q$ के लिये ट्रूथ टेबल ज्ञात करें।

211